

### Partie III : LA GESTION DE PROJET « ordonnancement »

On appelle **projet**, l'ensemble des tâches ou actions qu'il faut réaliser afin de répondre à un besoin défini dans des **délais qui sont** fixés à l'avance.

Ainsi un projet étant une action temporaire dans le temps avec un début et une fin, mobilisant des ressources identifiées (humaines, financières et matérielles) durant son exécution, celui-ci dispose également d'un **coût** et fait donc l'objet d'une budgétisation de moyens et d'un bilan indépendant de celui de l'entreprise.

La difficulté dans la conduite d'un projet réside en grande partie dans la multiplicité des acteurs qu'il mobilise.

Le projet vise à produire une création originale répondant à un besoin spécifique qu'il convient d'exprimer de manière rigoureuse.

#### 1 les techniques d'ordonnancement

La réalisation d'un projet nécessite souvent une succession de tâches auxquelles s'attachent certaines contraintes en termes :

- \* **De temps** : délais à respecter pour l'exécution des tâches du projet ;
- \* **D'antériorité** : certaines tâches du projet doivent s'exécuter avant d'autres ;
- \* **De production** : temps d'occupation du matériel ou des hommes qui l'utilisent. Les techniques d'ordonnancement dans le cadre de la gestion d'un projet ont pour objectif de répondre au mieux aux besoins exprimés par un client, au meilleur coût et dans les meilleurs délais, en tenant compte des différentes contraintes.

L'ordonnancement des tâches d'un projet se déroule en trois étapes :

- \* **La planification** : qui vise à déterminer les différentes opérations à réaliser, les dates correspondantes, et les moyens matériels et humains à y affecter.
- \* **L'exécution** : qui consiste à la mise en œuvre des différentes opérations définies dans la phase de planification.
- \* **Le contrôle** : qui consiste à effectuer une comparaison entre planification et exécution, soit au niveau des coûts, soit au niveau des dates de réalisation.

**Il existe trois grandes méthodes d'ordonnancement** : le diagramme de Gantt, la méthode le PERT (Program Research Technic) et enfin la méthode MPM

## **II : La méthode des potentiels métra : MPM**

La Méthode des Potentiels et antécédents Métra (MPM) est, comme la méthode PERT, une technique d'ordonnancement basée sur la théorie des graphes, visant à optimiser la planification des tâches d'un projet.

Elle aurait été mise au point en 1958 par un chercheur français, Bernard Roy, au sein de la société de conseil Métra, dans le cadre du projet de construction du paquebot "France".

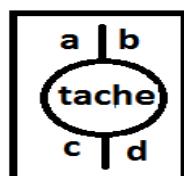
Bien que le graphe « PERT » a été d'abord, imposé en matière de gestion de projet, le graphe MPM tend, depuis les années 1980, à le supplanter. Cette nouvelle méthode s'avère, en effet, beaucoup plus simple et mieux adaptée à une automatisation du traitement des données (notamment en termes de représentation graphique et d'algorithme de calcul).

La méthode MPM considère un projet comme un graphe où les tâches sont les sommets et les arêtes sont les liens entre les tâches du projet

Le graphe MPM commence par les tâches qui n'ont pas de prédecesseurs et se termine par les tâches qui n'ont pas de suivantes « tâche successeurs ».

### **1. Les dates des tâches d'un projet**

MPM est un graphe qui représente un projet sous forme d'un graphe orienté et valué où les tâches sont les sommets et les arêtes sont les liens d'antériorité.



Pour chaque tâche on calcule 4 dates :

a : date de début au plus tôt. Elle est égale, pour une tâche donnée, au maximum des dates de fin au plus tôt des tâches précédentes qui lui sont adjacentes

b : date de fin au plus tôt ( $b = a + \text{durée de la tâche}$ )

c : date de début au plus tard. Elle est égale, pour une tâche donnée, au minimum des dates de début au plus tard des tâches suivantes qui lui sont adjacentes

d : date de fin au plus tard ( $c = d - \text{durée de la tâche}$ )

Les dates au plus tôt se calculent du début vers la fin et les dates au plus tard se calculent dans le retour après avoir calculer les dates au plus tôt

Le graphe MPM commence à la date 0.

Lorsque deux dates sont parallèles on crée une tâche fictive de durée nulle et on fait sortir la tâche la plus longue.

## 2. Calcul des marges

Dans un projet, la marge pour une tâche est le retard tolérable et acceptable.

Pour chaque tâche, On distingue deux types de marges : la marge totale notée M et la marge libre notée m.

### 2.1. Marge totale

Marge totale M est le retard acceptable qui ne retarde pas le début des tâches qui lui sont directement suivantes.

La marge totale  $M = c-a = d-b$

**Remarque :** sur le chemin critique, les marges totales des différentes tâches sont nulles.

### 2.2. Marge Libre

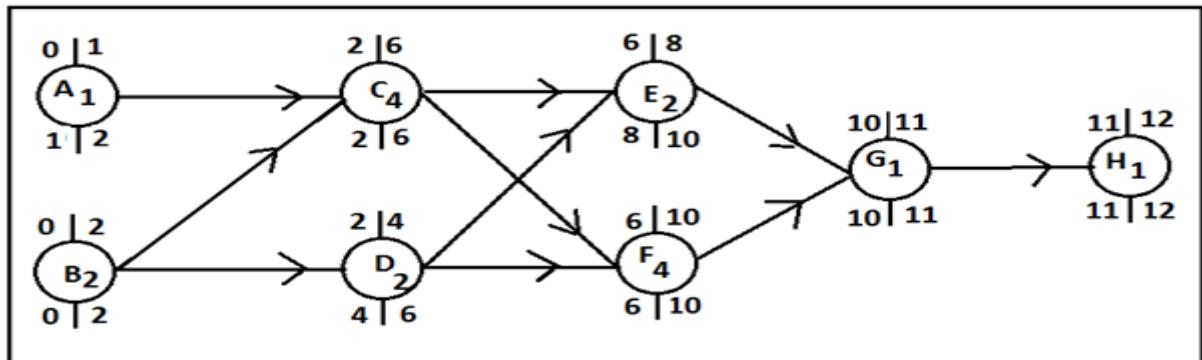
Marge libre, pour une tâche, est le retard tolérable qui n'affecte pas la durée d'exécution totale du projet.

La marge libre d'une tâche est égale à la différence entre la date de début au plus tôt des tâches qui lui sont suivantes et sa date de fin au plus tôt.

**Exemple :** Soit le projet suivant

Tâche	Durée (j)	Prédécesseurs
A	1	--
B	2	--
C	4	A ; B
D	2	B
E	2	C-D
F	4	C ; D
G	1	E ; F
H	1	G

### Graphe MPM



**Tableau des marges**

Tâche	A	B	C	D	E	F	G	H
M	1	0	0	2	2	0	0	0
m	1	0	0	2	2	0	0	0

$M_A = 1$  jour. C'est la marge totale de la tâche A. même si cette tâche se retardera d'un jour, le projet se terminera le 12<sup>ième</sup> jour.

$m_D=2$  jours. C'est la marge libre de la tâche D. même si cette tâche se retardera de deux jours, les tâches qui lui sont suivantes (E et F) commenceront le 6<sup>ième</sup>

### III : Méthode P.E.R.T (Program Evaluation and Research Task)

#### 1. Principe.

Dans un graphe PERT :

- Chaque tâche est représentée par **un arc**, auquel on associe un chiffre entre parenthèses qui représente la durée de la tâche.
- **Entre les arcs se trouvent les « sommets » ou « événement »** qui marquent l'aboutissement d'une ou plusieurs tâches. Ces cercles sont numérotés afin de suivre l'ordre de succession des divers évènements.

#### 2. Réalisation

Pour construire un graphe PERT, on utilise la méthode des niveaux.

- On détermine les tâches sans antécédents, qui constituent le niveau 1.
- On identifie ensuite les tâches dont les antécédents sont exclusivement du niveau 1. Ces tâches constituent le niveau 2, et ainsi de suite...



**Remarques :**

- Il faut introduire une tâche fictive de durée égale à 0, pour représenter la relation d'antériorité entre deux tâches parallèles.
- Le cumul, des tâches composant la séquence la plus longue, permet de déterminer la date au plus tôt de réalisation du projet. Cette succession de tâches constituent le chemin critique.

#### 3. Dates et marges en représentation PERT.

- **Date au plus tôt.**

On initialise la date au plus tôt du premier sommet à 0 :

$T_1 = 0$  ← Désigne la date au plus tôt du sommet 1.

$T_j = \text{Max } (T_i + \text{Durée } T_{i,j})$  pour tous les prédecesseurs j de i

- **Date au plus tard.**

On initialise la date au plus tard du dernier sommet avec sa date au plus tôt.

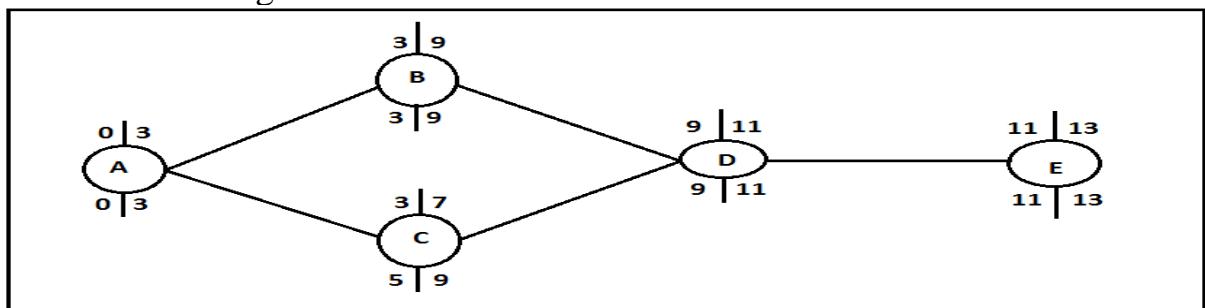
$T^*_n = T_n$  (  $T^* n$  : désigne la date au plus tard du sommet n)  
 (  $T n$  : désigne la date au plus tôt du sommet n).

$T^*_i = \text{Min } (T^*_j - \text{Durée } T_{i,j})$  pour tous les successeurs j de i.

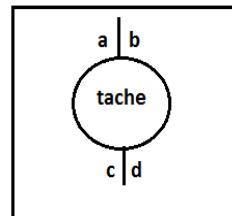
**Exemple 1 :** soit le projet suivant :

Tâche	Précéderentes directes	Durée
A	----	3
B	A	6
C	A	4
D	B ; C	2
E	D	2

1. Donnez le diagramme MPM, le chemin critique et la matrice des marges
2. Donnez le diagramme PERT et la matrice des marges
3. Donnez le diagramme de GANTT



La matrice des marges :



La marge totale  $M = c-a = d-b$

- **Marge totale**

Marge totale  $i, j = T^*_j - T_i - \text{Durée } T_{i,j}$

$T^*_j$  : est la date au plus tard du sommet j.

$T_i$  : date au plus tôt du sommet i.

$T_{i,j}$  : durée de la tâche entre les sommets i et j.

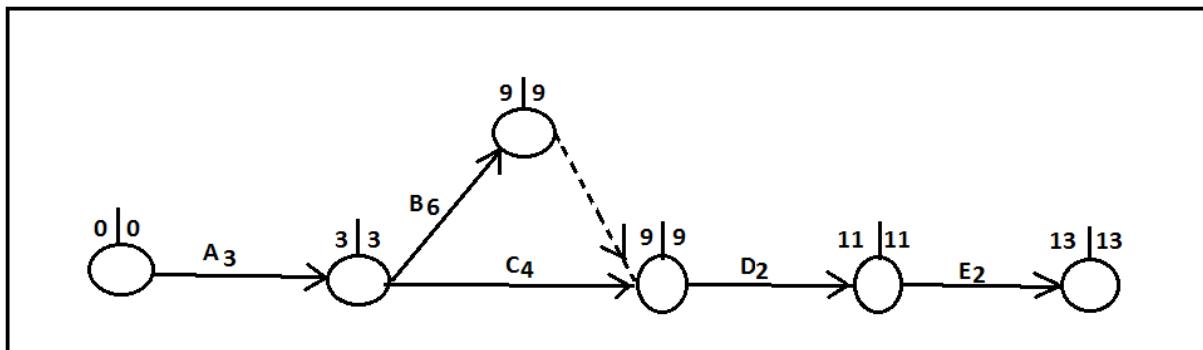
Tâches	A	B	C	D	E
Marges totales « M »	0	0	2	0	0

**Remarque :** sur le chemin critique, les marges totales des différentes tâches sont nulles.

#### ▪ Marge Libre

$$\text{Marge libre } m_{i,j} = T_j - T_i - \text{durée } T_{i,j}$$

Tâches	A	B	C	D	E
Marges libres « m »	0	0	2	0	0



La marge totale :  $M=x^*_j - (x_i + \text{durée de la tâche})$

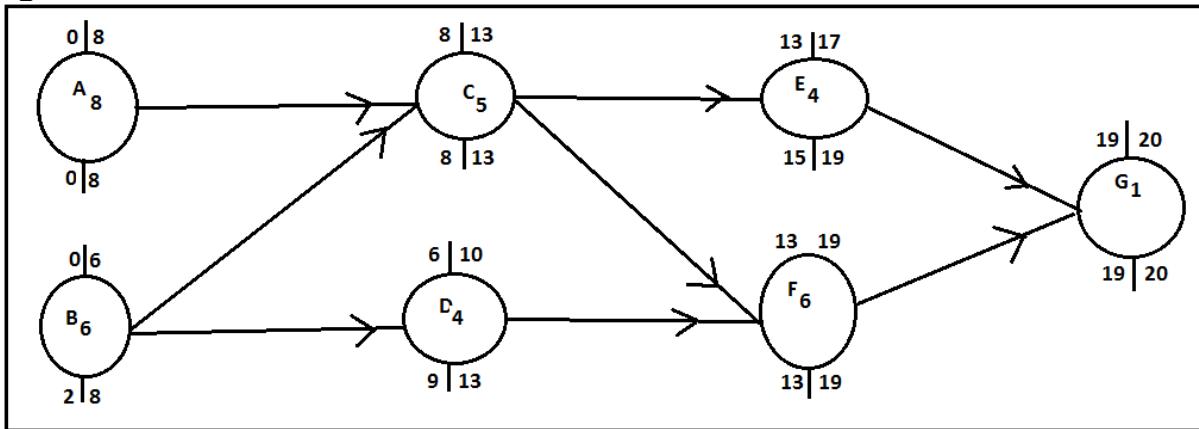
La marge libre :  $m = x_j - (x_i + \text{durée de la tâche})$

Tâche	A	B	C	D	E
M	0	0	2	0	0
m	0	0	2	0	0

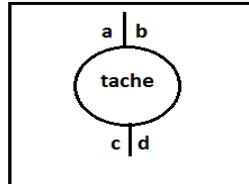
**Exemple 2 :** soit le projet suivant :

Tâche	Durée (j)	Prédécesseurs
A	8	---
B	6	----
C	5	A ; B
D	4	B
E	4	C
F	6	C ; D
G	1	E ; F

Diagramme MPM :



La matrice des marges :

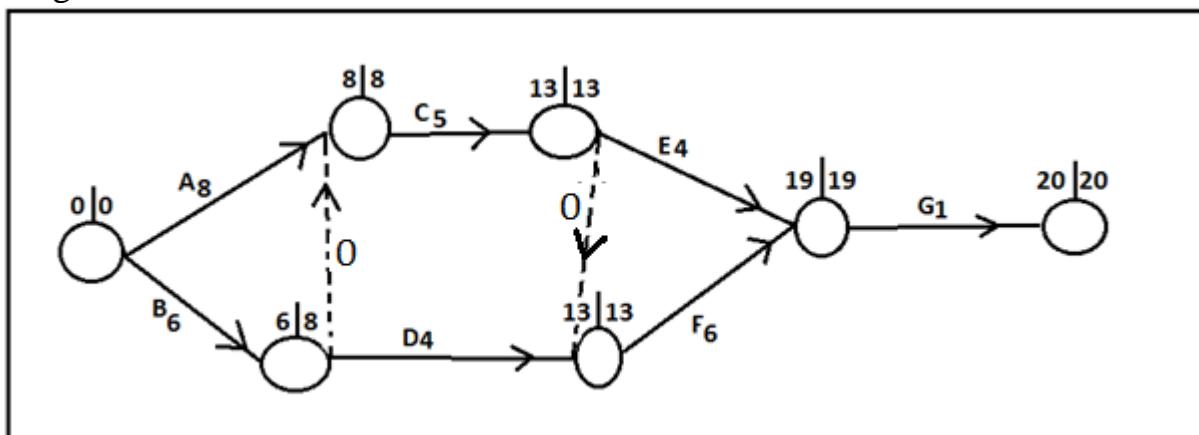


$$\text{La marge totale } M = c-a = d-b$$

Tâche	A	B	C	D	E	F	G
M	0	2 j	0	3 j	2 j	0	0
m	0	0	0	3 j	2 j	0	0

Chemin critique : A – C – F - G

Diagramme PERT :



$$\text{La marge totale : } M=x_j^*-x_i - \text{durée de la tâche}$$

$$\text{La marge libre : } m= x_j - (x_i + \text{durée de la tâche})$$

Tâche	A	B	C	D	E	F	G
M	0	2 j	0	3 j	2 j	0	0
m	0	0	0	3 j	2 j	0	0

**Exercice 1 :** soit le projet suivant :

Tâche	Durée (j)	Prédécesseurs
A	4	---
B	7	----
C	2	A ; B
D	12	B
E	3	C
F	6	C ; D
G	2	E ; F

1. Donnez le diagramme MPM, le chemin critique et la matrice des marges
2. Donnez le diagramme PERT et la matrice des marges
3. Donnez le diagramme de GANTT

**Exercice 2 :** soit le projet suivant :

Tâches	Durée (j)	Prédécesseurs
A	8	---
B	6	----
C	5	A ; B
D	4	B
E	4	C
F	6	C ; D
G	1	E ; F

1. Donnez le diagramme MPM, le chemin critique et la matrice des marges
2. Donnez le diagramme PERT et la matrice des marges
3. Donnez le diagramme de GANTT

**Exercice 3 :** soit le projet suivant :

Tâche	Prédécesseurs	Durée (j)
A	----	2
B	----	4
C	----	1
D	A	3
E	A ; B ; C	4
F	D ; E	3
G	E	2
H	F ; G	1

1. Donnez le diagramme MPM et la matrice des marges
2. Donnez le diagramme PERT et la matrice des marges
3. Donnez le diagramme de GANTT.

### III. Le Diagramme de Gantt.

#### 1. Principe.

Ce type de diagramme a été mis au point par un américain Henry Gantt.

On représente au sein d'un tableau, en **ligne les différentes tâches** et en **colonne les unités de temps** (exprimées en mois, semaines, jours, heures...)

La durée d'exécution d'une tâche est matérialisée par un trait au sein du diagramme.

#### 2. Réalisation.

Les différentes étapes de réalisation d'un diagramme de Gantt sont les suivantes :

**Première étape :** Les tâches doivent être identifiées, quantifiées en durée

**Deuxième étape :** on définit les relations d'antériorité entre tâches.

**Troisième étape :** on représente d'abord les tâches n'ayant aucune antériorité, puis les tâches dont les tâches antérieures ont déjà été représentées, et ainsi de suite...

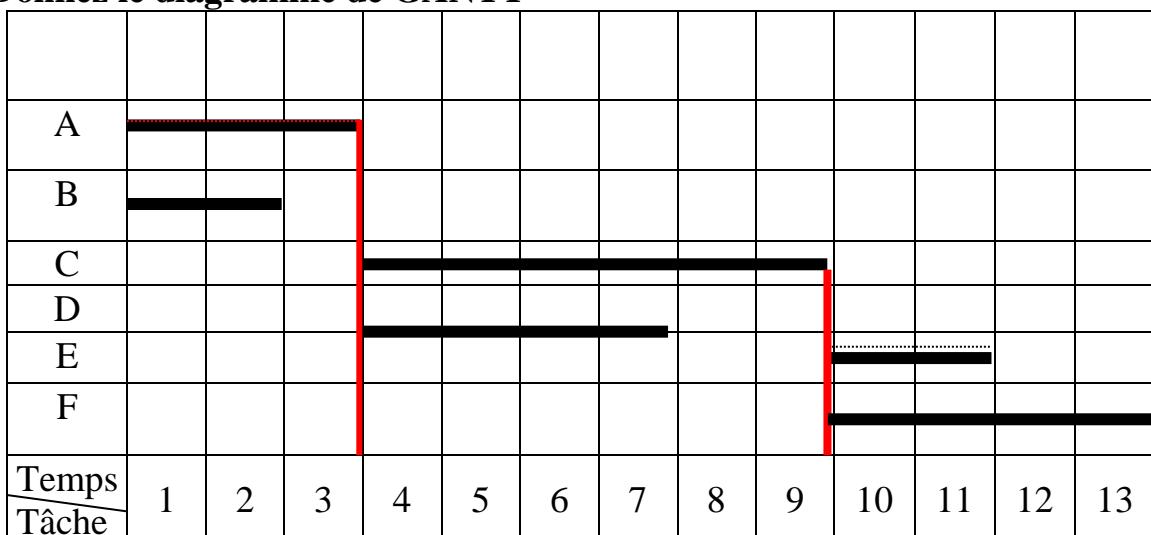
**Quatrième étape :** on représente par un trait parallèle en pointillé à la tâche planifiée la progression réelle du travail.

Le diagramme de GANTT devient alors un véritable outil de gestion pour la planification des ressources, le suivi de la réalisation du projet.

**Exemple 1 :** Soit le projet suivant :

Tâche	Prédécesseurs	Durée (j)
A	----	3
B	----	2
C	A ; B	5
D	A ; B	4
E	C ; D	2
F	C ; D	4

Donnez le diagramme de GANTT

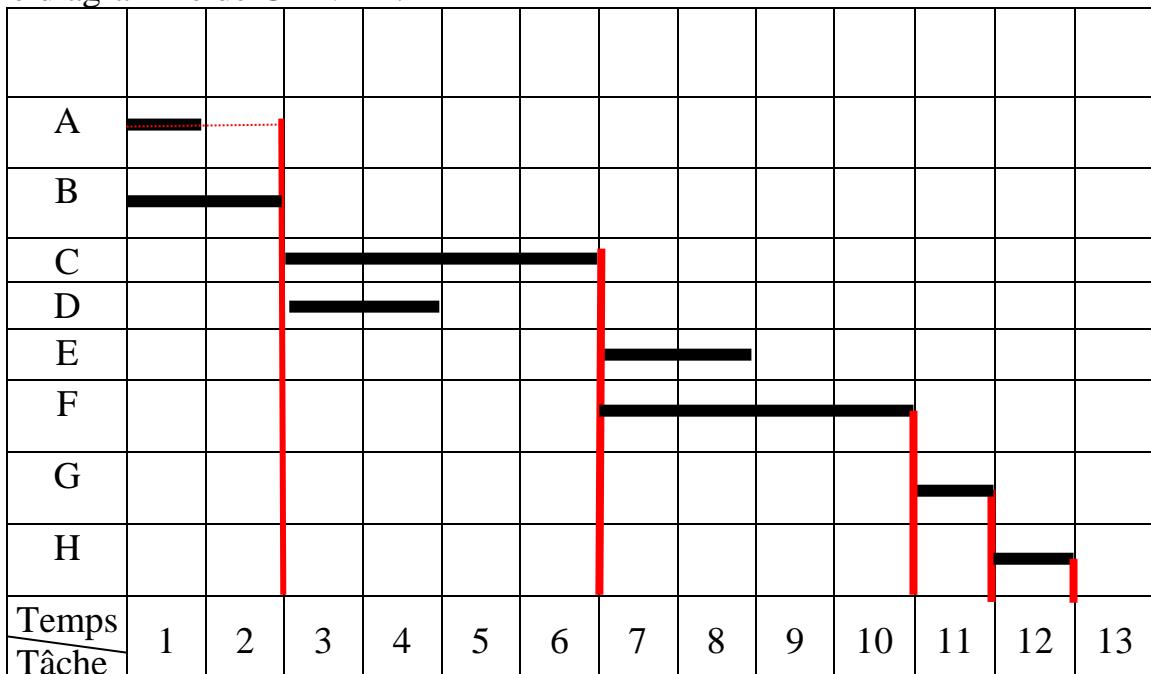


**Exemple 2 :** soit le projet suivant :

Tâche	Prédécesseurs	Durée (j)
A	----	1
B	----	2
C	A ; B	4
D	B	2
E	C ; D	2
F	C ; D	4
G	E ; F	1
H	G	1

1. Donnez le diagramme de GANTT.

Le diagramme de GANTT :

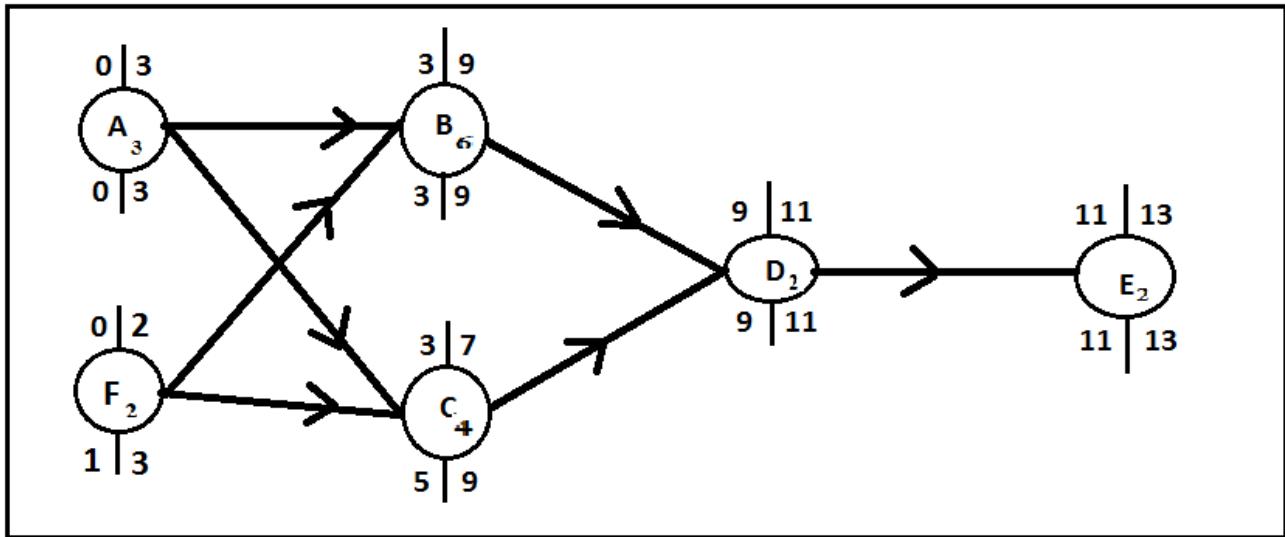


**Exemple 3 :** soit le projet suivant :

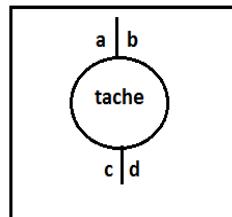
Tâche	Précéderentes directes	Durée
A	----	3
B	A ; F	6
F	----	2
C	A ; F	4
D	B ; C	2
E	D	2

1. Donnez le diagramme MPM, les dates au plutôt et au plus tard, la matrice des marges (totales et libres) et le chemin critique.
2. Donnez le diagramme PERT et la matrice des marges (totales et libres)
3. Donnez le diagramme de GANTT

## Le graphe MPM :



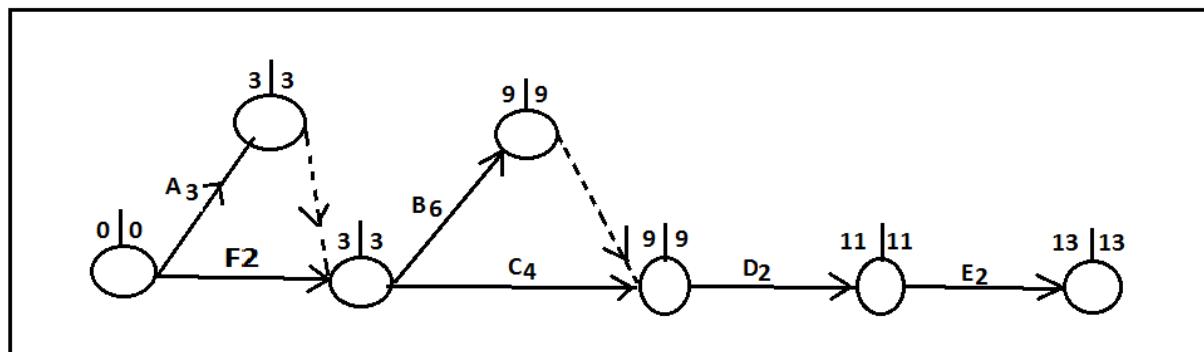
La matrice des marges :



$$\text{La marge totale } M = c-a = d-b$$

Tâche	A	F	B	C	D	D	E
M	0	1	0	2	0	0	0
m	0	1	0	2	0	0	0

## Le graphe PERT

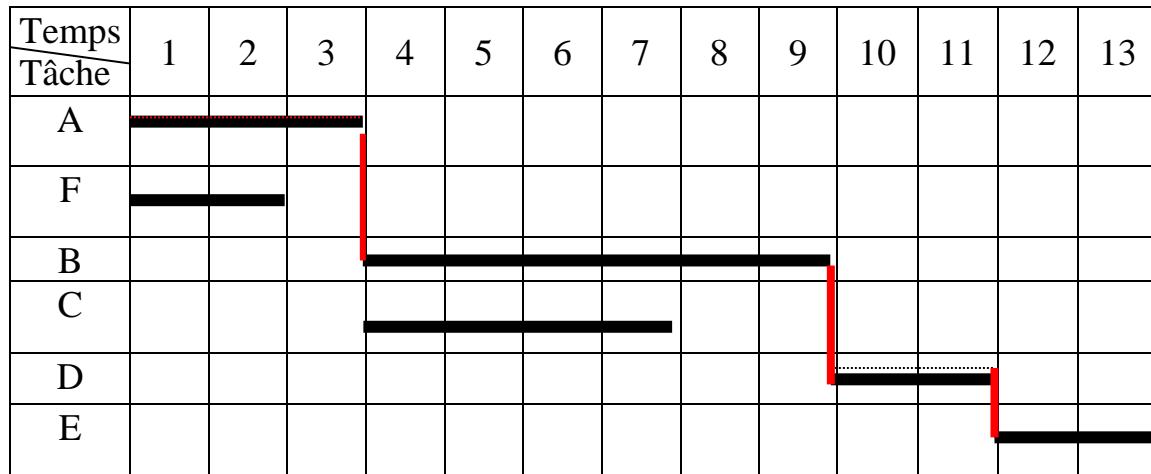


$$\text{La marge totale : } M = x^*_j - (x_i + \text{durée de la tâche})$$

$$\text{La marge libre : } m = x_j - (x_i + \text{durée de la tâche})$$

Tâche	A	F	B	C	D	D	E
M	0	1	0	2	0	0	0
m	0	1	0	2	0	0	0

### Le diagramme de GANTT :



**Exercice 1 :** soit le projet suivant :

Tâche	Prédécesseurs	Durée (j)
A	--	2
B	A	6
C	A ; B	2
D	B	6
E	C	4
F	C ; D	1
G	E ; F	1

1. Donnez le diagramme MPM et la matrice des marges
2. Donnez le diagramme PERT
3. Donnez le diagramme de GANTT.

**Exercice 2 :** soit le projet suivant :

Tâches	Précédents directs	Durée
A	----	4
B	----	6
C	A – B	10
D	B	8
E	C – D	6
F	D	4
G	E - F	4

1. Donnez le diagramme MPM et la matrice des marges
2. Donnez le diagramme PERT
3. Donnez le diagramme de GANTT.

**Exercice 3 :** soit le projet suivant :

Tâche	Durée (j)	Prédécesseurs
A	1	--
B	4	--
C	1	A ; B
D	5	B
E	3	D
F	1	C ; D
G	2	E ; F

1. Donnez le diagramme MPM et la matrice des marges
2. Donnez le diagramme PERT et la matrice des marges
3. Donnez le diagramme de GANTT.

**Exercice 4 :** soit le projet suivant :

Tâche	Durée (j)	Prédécesseurs
A	2	---
B	4	---
C	2	A ; B
D	6	B
E	3	C
F	4	C ; D
G	2	E ; F

1. Donnez les diagrammes MPM, PERT et la matrice des marges
2. Donnez le diagramme de GANTT.