UNIVERSITE HASSAN II –MOHAMMEDIA
FACULTE DES SCIENCES JURIDIQUES
ECONOMIQUES ET SOCIALES
-MOHAMMEDIA-

Filière : Économie et Gestion
Module : Économie II
Semestre II : TD de microéconomie
Monopole

Solution :

Exercice n° 1 :

On dispose de la fonction de demande suivante :

$$Q = -6P + 30$$

– La fonction inverse de la demande :

Nous l'obtenons à partir de la fonction de demande, on a : $Q = -6P + 30$ d'où :

$$6P = -Q + 30$$

$$P = -\frac{1}{6}Q + \frac{30}{6}$$

$P = -\frac{1}{6}Q + 5$: représente la fonction inverse de la demande du bien Q.

– En déduire la RT, Rm et RM :

- Nous savons que : $RT = P_{(Q)} \times Q$

D'où : $RT = \left(-\frac{1}{6}Q + 5 \right) Q$

$$RT = -\frac{1}{6}Q^2 + 5Q$$

– La recette marginale est le supplément de recette engendré par la vente d'une unité supplémentaire de production. Elle prend la forme : $Rm = \frac{\partial RT}{\partial Q}$

$$Rm = -\frac{2}{6}Q + 5$$

D'où : $Rm = -\frac{1}{3}Q + 5$

– Et la recette moyenne nous est donnée par la formule :

$$RM = \frac{RT}{Q} \Rightarrow RM = -\frac{1}{6}Q + 5.$$

<u>Exercice n° 2</u> :

Soit la fonction de la demande suivante :

$$Q_D = 18 - 2P$$

1. La détermination du prix et de la quantité :

   La recette du monopole est maximale quand la recette marginale s'annule.

   On calcule la recette marginale :

   On a : $Q_D = 18 - 2P$

   $$2P = -Q + 18$$

   $$P = -\frac{1}{2}Q + \frac{18}{2} \Rightarrow P = -\frac{1}{2}Q + 9$$

   $$RT = \left(-\frac{1}{2}Q + 9\right)Q$$

   $$RT = -\frac{1}{2}Q^2 + 9Q$$

   On a : $Rm = -Q + 9$

   Quand $Rm = 0 \Leftrightarrow -Q + 9 = 0 \Rightarrow \boxed{Q = 9}$

   Le prix : $Q_D = 18 - 2P$

   $$P = -\frac{1}{2}(9) + 9 \Rightarrow \boxed{P = \frac{9}{2}}$$

2. L'élasticité de la demande :

   $$e_p = \frac{\partial Q}{\partial P} \times \frac{P_{(Q)}}{Q}$$

$$e_p = -2\left(\frac{-\frac{1}{2}Q+9}{Q}\right)$$

$$e_p = -2\left(\frac{\frac{9}{2}}{9}\right)$$

$$e_p = -2\left(\frac{9}{2}\times\frac{1}{9}\right) \Rightarrow \qquad \boxed{e_p = -1}$$

L'élasticité de la demande est unitaire.

<u>Exercice n° 3</u> :

On dispose des données suivantes :

- La fonction de coût total d'un monopole :

  $CT = 0{,}03Q^2 + 18Q + 420000$ avec (Q : quantité produite)

- La fonction de demande est exprimée par la relation :

  $Q = -2P + 13816$

L'équilibre du monopole est déterminé par l'égalité suivante :

$$Cm = Rm$$

On calcule la recette marginale :

On a : $Q = -2P + 13816$

$$2P = -Q + 13816$$

$$P = -\frac{1}{2}Q + \frac{13816}{2} \Rightarrow P = -\frac{1}{2}Q + 6908$$

$$RT = \left(-\frac{1}{2}Q + 6908\right)Q$$

$$RT = -\frac{1}{2}Q^2 + 6908Q$$

On a : $Rm = -Q + 6908$

On a : $CT = 0{,}03Q^2 + 18Q + 420000$

$$Cm = 0{,}06Q + 18$$

À l'équilibre : $Cm = Rm$

$0{,}06Q + 18 = -Q + 6908$

$1{,}06Q = 6890 \Rightarrow \quad \boxed{Q = 6500}$

Le prix :

$$\begin{cases} P = -\frac{1}{2}Q + 6908 \\ Q = 6500 \end{cases} \Rightarrow \quad \boxed{P = 3658}$$

Le profit :

$\Pi = RT - CT$

$\Pi = (3658 \times 6500) - (0{,}03(6500) + (18 \times 6500) + 420000)$

$\Pi = 23777000 - (195 + 117000 + 420000) \Rightarrow \quad \boxed{\Pi = 23239805}$

<u>Exercice n° 4</u> :

1. L'équilibre du monopole à plusieurs établissements se présente comme suit :

   $Cm_1 = Cm_2 = Cm_3 = Rm$

   On doit calculer la recette marginale du monopole ainsi que les coûts marginaux :

   On a : $Q = -\frac{1}{3}P + 30$

   $Q = -\frac{1}{3}P + \frac{90}{3}$

   $3Q = -P + 90$

   d'où : $P = -3Q + 90$

   $RT = -3Q^2 + 90Q$

   Donc : $Rm = -6Q + 90$

Q	Coût marginal			Cm du monopole	CT du monopole	Rm du monopole
	Cm_1	Cm_2	Cm_3			
1	20	18	16	16	16	84
2	24	30	22	18	34	78
3	30	34	26	20	54	72
4	36	38	28	22	76	66
5	38	49	30	24	100	60
6	60	61	44	26	126	54
7	72	70	56	28	154	48
8	90	75	68	30	184	42
9	103	90	76	30	214	36
10	120	100	92	30	244	30

Du tableau, on remarque que la condition de l'équilibre est vérifiée pour une valeur de 30 : $Cm_1 = Cm_2 = Cm_3 = Rm = 30$

La quantité produite dans chaque établissement est la suivante :

$Cm_1 = Rm \Rightarrow Q_1 = 3$: quantité produite dans l'usine 1 ;

$Cm_2 = Rm \Rightarrow Q_2 = 2$: quantité produite dans l'usine 2 ;

$Cm_3 = Rm \Rightarrow Q_3 = 5$: quantité produite dans l'usine 3.

La quantité produite globalement :

$Q = Q_1 + Q_2 = Q_3 = 10$

Le prix du monopole sera :

$P = -3(10) + 90 \Rightarrow$ $\boxed{P = 60}$

Les profits réalisés par le monopole dans chaque établissement :

$\Pi_1 = RT_1 - CT_1 = (60 \times 3) - 74 \Rightarrow$ $\boxed{\Pi_1 = 106}$

$\Pi_2 = RT_2 - CT_2 = (60 \times 2) - 48 \Rightarrow$ $\boxed{\Pi_2 = 72}$

$\Pi_3 = RT_3 - CT_3 = (60 \times 5) - 122 \Rightarrow$ $\boxed{\Pi_3 = 178}$

2. L'équilibre du monopole dans le cas d'un seul établissement est réalisé quand la recette marginale est égale au coût marginal :

   $Rm = Cm \Rightarrow$ $\boxed{Q = 10}$

   Le prix du monopole sera :

   $P = -3(10) + 90 \Rightarrow$ $\boxed{P = 60}$

   $\Pi_G = RT(10) - CT(10) = (60 \times 10) - 244 \Rightarrow$ $\boxed{\Pi_G = 356}$

   <u>Remarque</u> :

   Cette quantité : $Q = \sum_{i=1}^{3} Q_i = 3 + 2 + 5 = 10$

   D'où le profit global :

   $\Pi_G = 106 + 72 + 178 = 356$

<u>Exercice n° 5</u> :

On dispose des informations suivantes :

$CT_1 = Q_1^2 + 50$

$CT_2 = 3Q_2^2 + 410$

$Q = -2P + 160$ avec $(Q = Q_1 + Q_2)$

1. Détermination des quantités, prix et profit :

   À l'équilibre : $Cm_1 = Cm_2 = Rm$

   Afin de calculer la recette marginale, on détermine d'abord la fonction inverse de la demande, on $Q = -2P + 160$

   $2P = -Q + 160$

   $P = -\frac{1}{2}Q + \frac{160}{2}$ donc : $P = -\frac{1}{2}Q + 80$

Après avoir calculé la fonction inverse de la demande, on calcule la recette totale :

On a : $P = -\frac{1}{2}Q + 80$

$$RT = P \times Q$$

$$RT = \left(-\frac{1}{2}Q + 80\right)Q$$

$$RT = -\frac{1}{2}Q^2 + 80Q$$

$$Rm = -Q + 80$$

$$Rm = -(Q_1 + Q_2) + 80 \Rightarrow Rm = -Q_1 - Q_2 + 80$$

À l'équilibre :

$$Cm_1 = Cm_2 = Rm$$

Le calcul des coûts marginaux :

$$\begin{cases} Cm_1 = 2Q_1 \\ Cm_2 = 6Q_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Cm_1 = Rm$$

$$2Q_1 = -Q_1 - Q_2 + 80$$

$$2Q_1 + Q_1 + Q_2 - 80 = 0$$

$$3Q_1 + Q_2 - 80 = 0 \Rightarrow Q_2 = -3Q_1 + 80$$

$$\Rightarrow Cm_2 = Rm$$

$$6Q_2 = -Q_1 - Q_2 + 80$$

$$6Q_2 + Q_1 + Q_2 - 80 = 0$$

$$7Q_2 + Q_1 - 80 = 0$$

On remplace Q_2 par sa valeur dans l'équation suivante : $7Q_2 + Q_1 - 80 = 0$

On aura :

$$7(-3Q_1 + 80) + Q_1 - 80 = 0$$

$$-21Q_1 + 560 + Q_1 - 80 = 0$$

$$-20Q_1 + 480 = 0$$

$$Q_1 = \frac{480}{20} \Rightarrow \qquad \boxed{Q_1 = 24}$$

On reprend l'équation suivante :

$$\begin{cases} Q_2 = -3Q_1 + 80 \\ Q_1 = 24 \end{cases}$$

$$Q_2 = -3(24) + 80 \Rightarrow \qquad \boxed{Q_2 = 8}$$

Le prix :

$$P = -\frac{1}{2}(24+8) + 80 \Rightarrow \qquad \boxed{P = 64}$$

Le profit :

$$\Pi = RT - CT_1 - CT_2$$

$$\Pi = 64(24+8) - \left[(24)^2 + 50\right] - \left[3(8)^2 + 410\right]$$

$$\Pi = 2048 - 626 - 602 \Rightarrow \qquad \boxed{\Pi = 820}$$

2. Si le monopole décide de fermer l'établissement 2, il subira une perte égale au montant des coûts fixes dans ce même établissement : $\Pi_2 = -410$

<u>Exercice n° 6</u> :

Les demandes respectives du bien Q sont :

Région 1 : $Q_1 = 16 - \frac{2}{15}P_1$

Région 2 : $Q_2 = 16 - \frac{3}{15}P_2$

$CT = 2Q^2 + 6Q + 140$

1. En l'absence de discrimination, l'équilibre du monopole se réalise quand : $Rm = Cm$

La demande totale du monopole est : $Q = Q_1 + Q_2$

Le prix : $P = P_1 = P_2$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = 16 - \frac{2}{15}P + 16 - \frac{3}{15}P$$

$$Q = 32 - \frac{5}{15}P$$

$Q = 32 - \frac{1}{3}P$

Détermination de la fonction inverse de la demande :

On a : $Q = 32 - \frac{1}{3}P$

$Q = \frac{96}{3} - \frac{1}{3}P \Rightarrow P = -3Q + 96$

$RT = -3Q^2 + 96Q \Rightarrow Rm = -6Q + 96$

$Cm = 4Q + 6$

À l'équilibre : $Rm = Cm$

$-6Q + 96 = 4Q + 6$

$-10Q = -90 \Rightarrow$ $\boxed{Q = 9}$

Le prix :

$P = -3(9) + 96 \Rightarrow$ $\boxed{P = 69}$

Le profit :

$\Pi = (69 \times 9) - \left[2(9)^2 + (6 \times 9) + 140\right] \Rightarrow$ $\boxed{\Pi = 265}$

Le coût marginal :

$\begin{cases} Cm = 4Q + 6 \\ Q = 9 \end{cases} \Rightarrow$ $\boxed{Cm = 42}$

2. En cas de discrimination, l'équilibre du monopole est déterminé par :

   $Rm_1 = Rm_2 = Cm$

   <u>Marché 1</u> :

   L'équilibre du monopole est conditionné par : $Rm_1 = Cm$

   On a : $Q_1 = 16 - \frac{2}{15}P_1$

   $\frac{2}{15}P_1 = -Q_1 + 16$

   $P_1 = \frac{15}{2}(-Q_1 + 16)$

   $P_1 = -\frac{15}{2}Q_1 + 120$

$$RT_1 = -\frac{15}{2}Q_1^2 + 120Q_1$$

$$Rm_1 = -15Q_1 + 120$$

À l'équilibre : $Rm_1 = Cm$

$$-15Q_1 + 120 = 42$$

$$-15Q_1 = -78 \Rightarrow \quad \boxed{Q_1 = 5{,}2}$$

Le prix :

$$P_1 = -\frac{15}{2}(5{,}2) + 120 \Rightarrow \quad \boxed{P_1 = 81}$$

<u>Marché 2</u> :

On a : $Q_2 = 16 - \frac{3}{15}P_2$

$$\frac{3}{15}P_2 = -Q_2 + 16$$

$$P_2 = \frac{15}{3}(-Q_2 + 16)$$

$$P_2 = -5Q_2 + 80$$

$$RT_2 = -5Q_2^2 + 80Q_2$$

$$Rm_2 = -10Q_2 + 80$$

À l'équilibre : $Rm_2 = Cm$

$$-10Q_2 + 80 = 42$$

$$10Q_2 = 38 \Rightarrow \quad \boxed{Q_2 = 3{,}8}$$

Le prix :

$$P_2 = -5(3{,}8) + 80 \Rightarrow \quad \boxed{P_2 = 61}$$

Le profit :

$$\Pi = RT_1 + RT_2 - CT$$

$$\Pi = [(81 \times 5{,}2) + (61 \times 3{,}8)] - \left[2(9)^2 + (6 \times 9) + 140\right] \Rightarrow \quad \boxed{\Pi = 297}$$

3. Le profit réalisé dans le cas où il vend sur les deux marchés est bien supérieur à celui réalisé dans le cas où il vend sur un seul marché. Donc, il a intérêt à pratiquer la discrimination.

Exercice n° 7 :

Les demandes respectives du bien Q sont :

Marché 1 : $Q_1 = 240 - 3P_1$

Marché 2 : $Q_2 = 90 - \frac{1}{3}P_2$

$Cm = CM = 60$

1. La détermination des fonctions inverses de la demande

   Marché 1 :

   On a : $Q_1 = 240 - 3P_1$

   $3P_1 = -Q_1 + 240$

   $P_1 = -\frac{1}{3}Q_1 + \frac{240}{3} \Rightarrow P_1 = -\frac{1}{3}Q_1 + 80$

   Marché 2 :

   On a : $Q_2 = 90 - \frac{1}{3}P_2$

   $\frac{1}{3}P_2 = -Q_2 + 90$

   $P_2 = 3(-Q_2 + 90) \Rightarrow P_2 = -3Q_2 + 270$

   - Si $Q_1 = 0 \Rightarrow P_1 = 80 \Rightarrow 80 = -3Q_2 + 270 \Rightarrow Q_2 = \frac{190}{3} = 63{,}33$
   - Si $Q_2 = 0 \Rightarrow P_2 = 270$
   - Pour un prix entre 80 et 270 (Q entre 0 et 63,33), seuls les acheteurs du marché 2 se manifesteront. Donc, la recette marginale du marché 2 s'écrit :

     $RT_2 = -3Q_2^2 + 270Q_2 \Rightarrow Rm_2 = -6Q_2 + 270$
   - Pour un prix inférieur à 80, il y a les deux demandes :

     $Q_G = Q_1 + Q_2$

     $Q_G = 240 - 3P + 90 - \frac{1}{3}P$

     $Q_G = 330 - \frac{10}{3}P_G$

$$\frac{10}{3}P_G = -Q_G + 330$$

$$P_G = \frac{3}{10}\left(-Q_G + 330\right)$$

$$P_G = -\frac{3}{10}Q_G + 99$$

$$RT_G = -\frac{3}{10}Q_G^2 + 99Q_G \Rightarrow Rm_G = -\frac{6}{10}Q_G + 99$$

– Si $Q \succ 63{,}33,$ à l'équilibre : $Rm_G = Cm$

$$-\frac{6}{10}Q_G + 99 = 60$$

$$-\frac{6}{10}Q_G = -39 \Rightarrow \qquad \boxed{Q_G = 65}$$

Le prix :

$$\begin{cases} P_G = -\frac{3}{10}Q_G + 99 \\ Q_G = 65 \end{cases} \Rightarrow \qquad \boxed{P_G = 79{,}5}$$

Le profit :

$$\Pi_G = (65 \times 79{,}5) - (65 \times 60) \Rightarrow \quad \boxed{\Pi_G = 1267{,}5}$$

– Si $Q \prec 63{,}33,$ à l'équilibre : $Rm_2 = Cm$

$$-6Q_2 + 270 = 60$$

$$-6Q_2 = -210 \Rightarrow \qquad \boxed{Q_2 = 35}$$

$$\begin{cases} P_2 = -3Q_2 + 270 \\ Q_2 = 35 \end{cases} \Rightarrow \qquad \boxed{P_2 = 165}$$

Les profits :

$$\Pi_2 = (35 \times 165) - (35 \times 60) \Rightarrow \quad \boxed{\Pi_2 = 3675}$$

On remarque que le profit réalisé sur le 2$^{\text{ème}}$ marché est supérieur au profit global, il est intéressent de vendre juste au deuxième marché.

2. La détermination des prix et quantités vendues

<u>Marché 1</u> :

L'équilibre du monopole est conditionné par : $Rm_1 = Cm$

On a : $Q_1 = 240 - 3P_1$

$$P_1 = -\frac{1}{3}Q_1 + 80$$

$$RT_1 = -\frac{1}{3}Q_1^2 + 80Q_1$$

$$Rm_1 = -\frac{2}{3}Q_1 + 80$$

À l'équilibre : $Rm_1 = Cm$

$$-\frac{2}{3}Q_1 + 80 = 60$$

$$-\frac{2}{3}Q_1 = -20 \Rightarrow \quad \boxed{Q_1 = 30}$$

Le prix :

$$P_1 = -\frac{1}{3}(30) + 80 \Rightarrow \quad \boxed{P_1 = 70}$$

<u>Marché 2</u> :

On a : $Q_2 = 90 - \frac{1}{3}P_2$

$$Rm_2 = -6Q_2 + 270$$

À l'équilibre : $Rm_2 = Cm$

$$-6Q_2 + 270 = 60$$

$$-6Q_1 = -210 \Rightarrow \quad \boxed{Q_2 = 35}$$

Le prix :

$$P_2 = -3Q_2 + 270 \Rightarrow \quad \boxed{P_2 = 165}$$