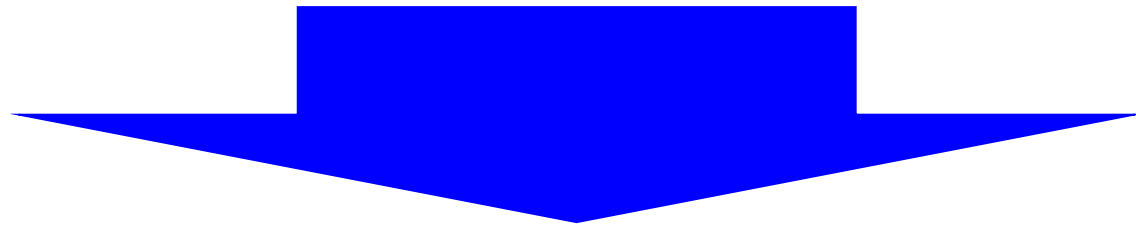


Mathématiques Financières

Prof : M. Redouaby

Séance du Lundi 18 Mai 2020



Chapitre 4

Les Emprunts Indivis - Fin

Etude de Cas



Exemple 2 de Tableau d'amortissement



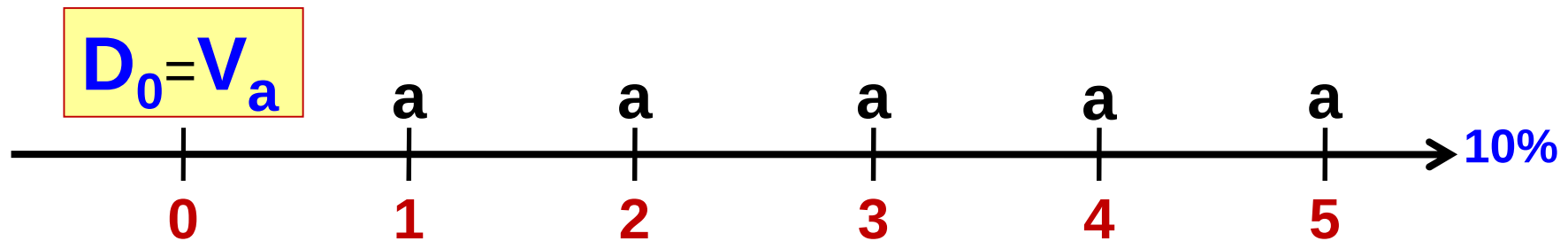
Cas particulier :
Les annuités sont constantes

Exemple

On emprunte un capital de 76000 DH au taux annuel 10% pour 5 ans. Les remboursements se font à la fin de chaque année par annuités constantes

Corrigé

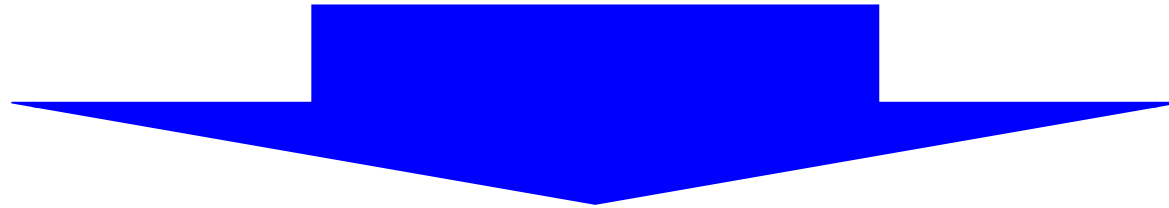
On commence par calculer le montant a de l'annuité :



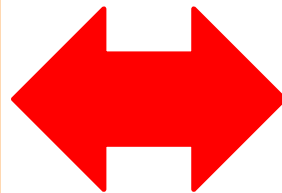
le montant D_0 de l'emprunt est égal à la valeur actuelle « à la Date 0 » des 5 annuités

Rappel : Chapitre 3 (annuités)

Cas particulier des annuités
constantes



$$D_0 = a \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

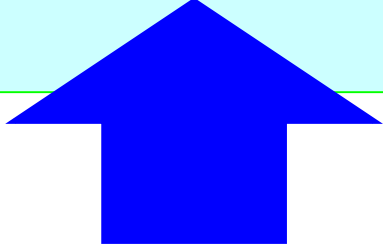


$$a = D_0 \times \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

Ainsi, dans notre exemple :

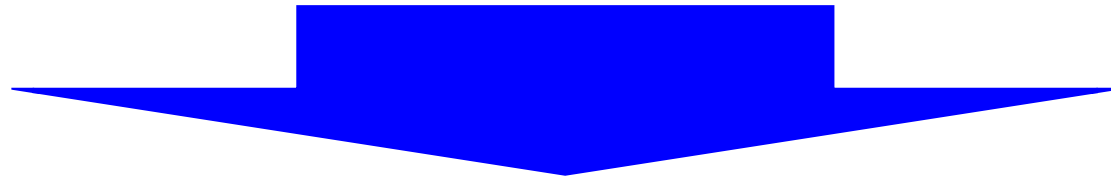
Le montant de chaque annuité est :

$$a = D_0 \times \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} = 76000 \times \frac{0,1}{1 - 1,1^{-5}} = 20048,61$$



montant de l'annuité

Comment compléter le Tableau d'Amortissement ?



On complète le **T**ableau d'**A**mortissement de proche en proche, c'est-à-dire ligne par ligne : on commence par compléter la 1^{ère} ligne, ensuite on complète la 2^{ème} ligne, jusqu'à la dernière ligne.

Ainsi, pour notre exemple :

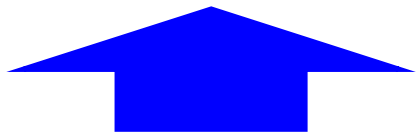
1) 1^{ère} ligne :

Le capital dû en début de la 1^{ère} période est :

$$D_0 = 76000$$

Pendant la 1^{ère} période, cette somme produit un intérêt en DH, égal à :

$$I_1 = D_0 \times i = 76000 \times 0,1 = 7600$$



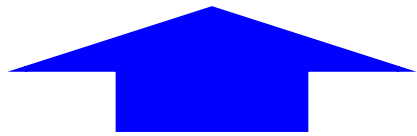
Intérêt de la 1^{ère} période

L'annuité fin de la 1^{ère} période est :

$$A_1 = 20048,61 \text{ DH},$$

de sorte que l'amortissement en DH de cette première période est :

$$M_1 = A_1 - I_1 = 20048,61 - 7600 = 12448,61$$



Amortissement de la 1^{ère} période

On a ainsi complété la 1^{ère} ligne, on passe alors à la 2^{ème} ligne :

2) 2^{ème} ligne :

Le capital dû en début de la 2^{ème} période est :

$$D_1 = D_0 - M_1 = 76000 - 12448,61 = 63551,39$$

Pendant la 2^{ème} période, cette somme produit un intérêt en DH, égal à :

$$I_2 = D_1 \times i = 63551,39 \times 0,1 = 6355,14$$



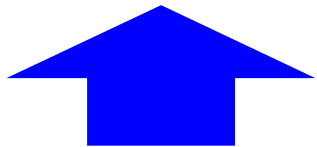
Intérêt de la 2^{ème} période

L'annuité fin de la 2^{ème} période est :

$$A_2 = 20048,61 \text{ DH,}$$

de sorte que l'amortissement en DH de cette 2^{ème} période est :

$$M_2 = A_2 - I_2 = 20048,61 - 6355,14 = 13693,47$$



Amortissement de la 2^{ème} période

En répétant ce qu'on a fait pour la 2^{ème} période, on complète ligne par ligne et on obtient le **T**ableau suivant :

période	Capital dû en début de période	Intérêts de la période	Amortissement de la période	Annuité de la période
1	<u>76000</u>	7600	12448,61	20048,61
2	63551,39	6355,14	13693,47	20048,61
3	49857,92	4985,80	15062,82	20048,61
4	34795,10	3479,51	16569,10	20048,61
5	<u>18226</u>	1822,6	<u>18226</u>	20048,61

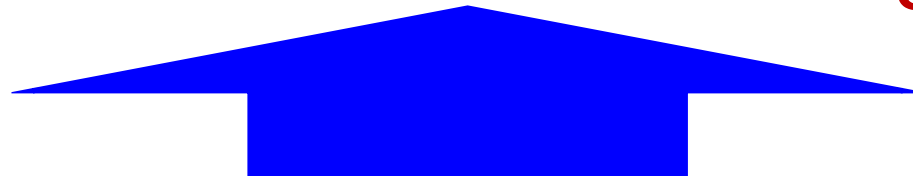
Remarque Importante

1) Amortissements

- On peut relier l'**amortissement** d'une période à l'**amortissement** de la période **précédente** :

$$M_{p+1} = (1+i)M_p + A_{p+1} - A_p$$

« formule vraie dans le cas général »



Les annuités sont quelconques

Conséquences

Cas particulier des annuités constantes :

$$A_{p+1} = A_p \Rightarrow M_{p+1} = (1+i)M_p$$


- Dans un emprunt par annuités constantes, les amortissements sont en progression géométrique de raison $1+i$:

$$M_{p+1} = (1+i)M_p$$

Ainsi :

Dans notre exemple, on peut remarquer que les amortissements (voir colonne amortissements) sont en progression géométrique de raison $1+i = 1,1$

En effet :

- $M_2 = 1,1 \times M_1$
- $M_3 = 1,1 \times M_2$
- $M_4 = 1,1 \times M_3$
- $M_5 = 1,1 \times M_4$

- Ce qui nous permet de remplir rapidement la colonne des amortissements

A retenir

Dans un emprunt par annuités constantes, les
amortissements sont en progression géométrique de
raison **$1+i$**

Remarque

2) Coût de l'emprunt

- La somme totale remboursée est la somme de toutes les annuités (versements) :

$$\underbrace{a + a + a + a + a}_{5 \text{ fois}} = 5 a$$

La somme empruntée au début est D_0

Le coût de l'emprunt est donc :

$$C = 5 a - D_0 = \underline{24243,05}$$

Dans notre exemple

Remarque

2) Coût de l'emprunt

➤ On peut également faire la somme des intérêts (somme de la colonne intérêts) :

Le coût de l'emprunt est donc :

$$\begin{aligned} C &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 \\ &= 7600 + 6355,14 + 4985,80 + 3479,51 + 1822,60 \\ &= \underline{24243,05} \end{aligned}$$

Remarque

➤ Nous avons traité ici le cas la plus fréquent, celui du remboursement par annuités constantes. D'autres procédures de remboursement sont également utilisées :

- ❖ La procédure des amortissements constants
- ❖ La procédure du remboursement final avec constitution d'un fonds d'amortissement

Voir série d'exercices corrigés

A retenir

➤ La meilleure procédure de remboursement pour un emprunteur est celle dont le coût de l'emprunt (somme des intérêts) est le plus faible

Exercices d'application

Voir

« *Série d'exercices corrigés* »

Fin du **C**ours
